

Lensa Gravitasi oleh Lubang Hitam

Premana W Premandi

Department of Astronomy and Bosscha Observatory

Institut Teknologi Bandung, Jl Ganesa 10, Bandung 40132, INDONESIA

E-mail: premadi@as.itb.ac.id

Abstract

This is a brief review on the use of gravitational lensing approach to study light propagation near a black hole. Particular attention is paid to the understanding of the caustics to predict the light path. The Schwarzschild black hole is taken as a worked example to show how the perfect alignment images, i.e. Einstein rings, are determined.

Keywords: Gravitation, Black hole, Gravitational lens, Caustic

Abstrak

Tulisan ini adalah tinjauan ulang ringkas tentang pendekatan lensa gravitasi untuk mempelajari penjalaran cahaya di dekat sebuah lubang hitam. Perhatian khusus ditujukan pada pemahaman caustic untuk memprediksi lintasan cahaya. Lubang hitam Schwarzschild digunakan sebagai contoh untuk menunjukkan bagaimana citra dari sumber yang letaknya segaris dengan lensa dan pengamat, yaitu cincin Einstein, ditentukan.

Kata kunci: Gravitasi, Lubang hitam, Lensa gravitasi, Caustic

1. Pendahuluan

Pada tahun 1915 Einstein mengemukakan teori Relativitas Umum yang dapat dipisahkan atas dua postulat, dimana salah satunya menyatakan fungsional aksi yang mendeskripsikan propagasi dan interaksi-diri medan gravitasi. Berbagai fenomena fisis yang telah dapat dijadikan pengujian postulat ini, seperti presesi orbit planet, defleksi cahaya, dapat digolongkan ke dalam limit medan lemah. Dapat disepakati bahwa dalam limit medan lemah ini, teori gravitasi Einstein telah lulus ujian (lihat misalnya Damour¹). Di dalam makalah ini secara khusus akan dieksplor fenomena defleksi cahaya, atau yang dikenal dengan lensa gravitasi, pada medan kuat sekitar lubang hitam sebagai uji untuk Teori Relativitas Umum pada medan kuat. Usaha untuk memahami perilaku berkas cahaya di sekitar lubang hitam sejalan dengan penelitian astrofisis lubang hitam yang semakin aktif beberapa tahun belakangan ini karena ditemukannya semakin banyak petunjuk kehadiran lubang hitam pada berbagai lokasi, seperti pada pusat galaksi, quasar, dan gugus bola dalam Galaksi kita.

2. Review Lensa Gravitasi: Aproksimasi Lensa Tipis

Lensa gravitasi adalah peristiwa pembelokan lintasan cahaya di sekitar suatu distribusi massa yang sangat besar dan relatif kompak yang merupakan salah satu prediksi Teori Relativitas Umum. Hasil pengamatan berbagai fenomena lensa gravitasi menampilkan citra yang spektakuler dan indah. Lensa gravitasi bersifat akromatik; semua panjang gelombang diperlakukan sama oleh lensa gravitasi. Karena itu, dalam banyak aspek, lensa gravitasi menjadi perangkat penting dalam astrofisis. Karena sistem lensa gravitasi terdiri atas pengamat, lensa, dan sumber cahaya yang jaraknya satu sama lain sangat berjauhan, maka pemahaman akan geometri alam semesta adalah esensial. Oleh karena itu lensa gravitasi juga menjadi perangkat yang handal dalam kosmologi fisis. Di dalam prakteknya, penerapan Teori Relativitas Umum pada lensa gravitasi untuk kepentingan astrofisis dan kosmologi pada umumnya, menggunakan asumsi berikut yang sangat esensial: Jarak antara pengamat dan lensa, D_L , antara pengamat dan sumber, D_S , dan antara lensa dan sumber, D_{LS} , sangat besar dibandingkan ukuran fisis lensa. Karenanya, dapat diasumsikan peristiwa pelensaian hanya terjadi pada suatu bidang

tipis pada mana distribusi massa lensa diproyeksikan (aproksimasi lensa tipis). Konsekuensi selanjutnya yang menguntungkan adalah bahwasanya potensial gravitasi lensa dapat diperlakukan sebagai perturbasi lokal pada suatu medan latar belakang yang seragam. Dengan perkataan lain, geometri ruangwaktu pada lokasi sumber cahaya maupun pada lokasi pengamat adalah datar secara asimtotik. Tensor metrik yang sesuai dengan deskripsi tersebut adalah: ²⁾

$$g_{\alpha\beta} = (1 - \frac{1}{2}h)\eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta} , \quad (1)$$

$$h := \eta^{\alpha\beta}h_{\alpha\beta}; |h_{\alpha\beta}| \ll 1 .$$

Metrik di atas menunjukkan medan terlinierisasi yang hanya sedikit berbeda dari metrik Minkowskian $\eta_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ dalam koordinat ortonormal $x^0 = t, \mathbf{x} = (x^i)$. Dengan memperhatikan skema lensa gravitasi pada Gambar 1, kita peroleh hubungan antara posisi sudut sumber dan citra, atau dikenal sebagai persamaan lensa, sebagai berikut

$$\tan \beta = \tan \theta - \frac{D_{LS}}{D_S} [\tan \theta + \tan(\alpha - \theta)] . \quad (2)$$

Untuk lensa dengan distribusi massa yang bersimetri lingkaran, maka penguatan kecerlangan cahaya (magnifikasi) adalah ratio antara sudut ruang citra terhadap sudut ruang sumber (yang tidak mengalami pelensaan):

$$\mu = \left(\frac{\sin \beta \frac{d\beta}{d\theta}}{\sin \theta \frac{d\theta}{d\theta}} \right)^{-1} , \quad (3)$$

yakni, inversi dari Jacobian pemetaan lensanya. Singularitas pada pemetaan mengakibatkan magnifikasi menjadi tak berhingga (untuk sumber titik dan aproksimasi lensa tipis), dan posisinya pada bidang sumber disebut *caustics*. Posisi petanya pada bidang lensa disebut kurva kritis (*critical curve*).

3. Lubang Hitam Schwarzschild

Bila sudut defleksinya sangat besar, maka *impact parameter* akan berharga dekat dengan radius gravitasionalnya, sehingga penelusuran berkas cahaya harus menggunakan Relativitas Umum. Sebagai ilustrasi, kita tinjau berkas cahaya yang melewati dekat lubang hitam Schwarzschild bermassa M . Elemen garis ruangwaktunya adalah:

$$ds^2 = (1 - \frac{2M}{r})dt^2 - (1 - \frac{2M}{r})dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) . \quad (4)$$

Ruang waktu yang digambarkan dengan metrik ini adalah statik, bersimetri sferis, dan vakum, sehingga pada jarak yang tak berhingga ruangwaktunya Minkowskian. Lubang hitam Schwarzschild ini memiliki *event horizon* pada $R_S = 2M$. Untuk

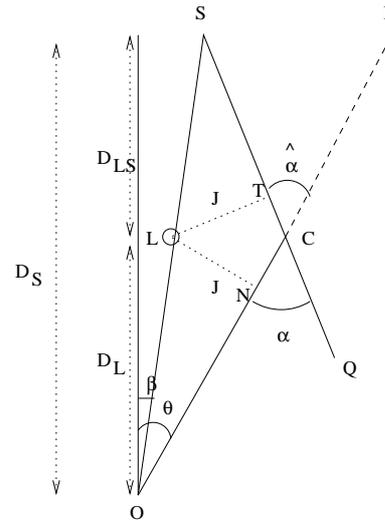


Figure 1. Skema sistem lensa gravitasi

seberkas cahaya dengan jarak pendekatan terdekat (*closest distance of approach*), r_o , sudut defleksinya adalah: ^{3,4)}

$$\hat{\alpha} = 2 \int_{r_o}^{\infty} r \left[\left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \left(1 - \frac{2M}{r_o} \right) - \left(1 - \frac{2M}{r} \right) \right]^{-1/2} - \pi , \quad (5)$$

dan *impact parameter* J adalah:

$$J = r_o \left(1 - \frac{2M}{r_o} \right)^{-1/2} . \quad (6)$$

Sebagai konsekuensinya, $J > r_o$ dan $J \approx r_o$ untuk $r \gg r_o$, yakni pada daerah yang secara asimtotik datar. Persamaan di atas mendefinisikan suatu batas, yang disebut dengan *photon sphere*, yakni suatu bola dengan radius r_o yang memberikan sudut belok besar tak terbatas. Untuk medan Schwarzschild, $r_o = 3M$ adalah *photon sphere*, sehingga untuk $r_o > 3M$ sudut beloknya berhingga.

Apabila sumber, S, berada pada sumbu optik, yakni $\beta = 0$ (pengamat O, lensa L, dan sumber S, ketiganya segaris), maka citranya akan berupa sebuah cincin, dikenal sebagai cincin Einstein, yang beradius sudut:

$$\theta_E = \sqrt{4GM \frac{D_{LS}}{D_L D_S}} . \quad (7)$$

Untuk harga β , maka akan ada citra primer dan sekunder pada masing-masing sisi sumbu optik yang berlawanan.

Persamaan (5) untuk sudut belok di atas merupakan suatu persamaan integral eliptik yang dapat dinyatakan dalam suku-suku integral eliptik jenis pertama. Dengan menggunakan ekspansi Taylor, Virbhadra dan Ellis⁵⁾ dan Petters⁶⁾ mendapatkan:

$$\hat{\alpha}(r_o) = \frac{4M}{r_o} + \frac{4M^2}{r_o^2} \left(\frac{15\pi}{16} - 1 \right) + \dots . \quad (8)$$

Table 1. Cincin Einstein dan Cincin Einstein Relativistik

Cincin	θ_E	$\hat{\alpha}$	$r_o/2M$
Cincin Einstein	1.157644 as	2.315089 as	178193
Cincin Einstein Relativistik I	16.898 μ as	$2\pi+33.80 \mu$ as	1.545115
Cincin Einstein Relativistik II	16.877 μ as	$4\pi+33.75 \mu$ as	1.501875

Dengan hanya menyimpan suku pertama pada ruas kanan persamaan di atas, akan kita peroleh kembali sudut defleksi dalam limit medan lemah.

Untuk mempelajari perilaku berkas cahaya dalam daerah medan kuat lubang hitam Schwarzschild, kita gunakan variabel yang lebih memudahkan, yaitu:

$$x = \frac{r}{2M} ; x_o = \frac{r_o}{2M} , \quad (9)$$

sehingga persamaan untuk sudut defleksi dan *impact parameter* berturut-turut dapat dituliskan lagi sebagai:

$$\hat{\alpha} = 2 \int_{r_o}^{\infty} r \left[\left(\frac{x}{x_o} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{x_o} \right) - \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right]^{-1/2} - \pi , \quad (10)$$

$$J = 2Mx_o \left(1 - \frac{1}{x_o} \right)^{-1/2} . \quad (11)$$

Ketika lintasan berkas cahaya semakin mendekati *event horizon*, defleksi semakin membesar. Pada suatu *impact parameter*, sudut defleksi α menjadi lebih besar daripada 2π , sehingga berkas cahaya akan bergerak dalam suatu *loop* mengelilingi lubang hitamnya. Sepanjang *impact parameter* $J > 3\sqrt{3}M$ maka berkas cahaya akan membuat *loop* berkali-kali sebelum menuju pengamat O.⁷⁾ Karena itu, untuk medan yang sangat kuat, tidak hanya lensa gravitasi menghasilkan citra primer dan sekunder dari lensa medan lemah, tetapi juga sejumlah besar citra relativistik.

Apabila sumber hampir segaris dengan lensa, citra relativistiknya menarik untuk diperhatikan. Dalam kondisi ini kita dapat ekspansikan $\tan\beta$ dan $\tan\theta$ sampai pada orde pertama. Tidak selalu demikian halnya untuk $\tan(\theta - \alpha)$ karena walaupun θ kecil, α dapat berharga besar. Namun demikian, agar berkas cahaya dari sumber dapat mencapai pengamat setelah mengelilingi lubang hitam, maka α harus sangat dekat dengan kelipatan 2π . Dengan memperkenalkan n bilangan bulat, maka sudut defleksi dapat kita tuliskan $\alpha = 2n\pi + \Delta\alpha_n$. Dengan ini, kita dapat mengekspansikan $\tan(\theta - \alpha) \sim \Delta\alpha_n - \theta$. Karenanya, persamaan lensa dalam kondisi ini menjadi:

$$\beta = \theta - \frac{D_{LS}}{D_S} \Delta\alpha_n . \quad (12)$$

Di dalam persamaan (10) $\hat{\alpha}$ adalah bilangan real positif, artinya foton mengelilingi lubang hitam searah jarum jam. Dengan mengambil β positif, maka citra akan muncul sisi yang sama dari sumbu optik. Untuk menentukan lokasi citra pada sisi yang berlawanan, kita gunakan $-\beta$. Demikian untuk citra relativistik primer. Untuk citra relativistik sekunder, ambil solusi yang berlawanan. Citra relativistik ini berjarak sangat dekat dengan sumbu optik dan telah melalui defleksi lebih besar daripada $3\pi/2$. Citra cincin yang terbentuk oleh medan kuat ini disebut Cincin Einstein Relativistik.

4. Aplikasi pada Lubang Hitam Supermasif pada pusat Galaksi

Dinamika di sekitar pusat Galaksi kita dan beberapa galaksi lain memberikan indikasi adanya lubang hitam supermasif pada pusatnya (lihat antara lain Richstone *et al*⁸⁾, Kormendy dan Gebhardt⁹⁾). Massa lubang hitam di pusat Galaksi kita ditaksir sebesar $M = 2.8x10^6 M_{\odot}$, sedangkan jarak ke pusat galaksi, yakni D_L untuk keperluan lensa kita, adalah $8.5kpc$. Ratio massa terhadap jarak adalah $M/D_L \approx 1.57x10^{-11}$. Virbhadra dan Ellis (2000) bereksperimen dengan sebuah sumber titik yang terletak dua kali lebih jauh dari lensa, sehingga $D_L/D_S = 1/2$ yang kemudian posisi sudutnya kita variasikan. Hasilnya terangkum dalam Tabel 1. Satuan bentangan sudut yang digunakan adalah arc-second (as). Secara teoretik jelas perbedaan karakter antara cincin Einstein non-relativistik dari cincin yang relativistik.

Eksperimen komputasi yang senada dengan ini dikerjakan juga antara lain oleh Holz & Wheeler,¹⁰⁾ Bozza^{11,12)} dan Petters⁶⁾). Semua hasil menunjukkan efek yang jauh dibawah kemampuan resolusi instrumen astronomi yang ada sekarang. Kesulitan observasional yang lain adalah karena radiasi elektromagnetik mengalami ekstingsi yang besar pada bidang Galaksi ke arah pusat Galaksi.

Aplikasi yang sangat menantang adalah pada lubang hitam Kerr. Komplikasi pertama, rotasi lubang hitam ini merusak simetri yang ada pada lubang hitam Schwarzschild, yakni mengubah *caustic* dari garis yang berimpit dengan sumbu optik menjadi *caustic* dengan penampang berbentuk asteroid. Kedua, rotasinya menyebabkan seretan inersial

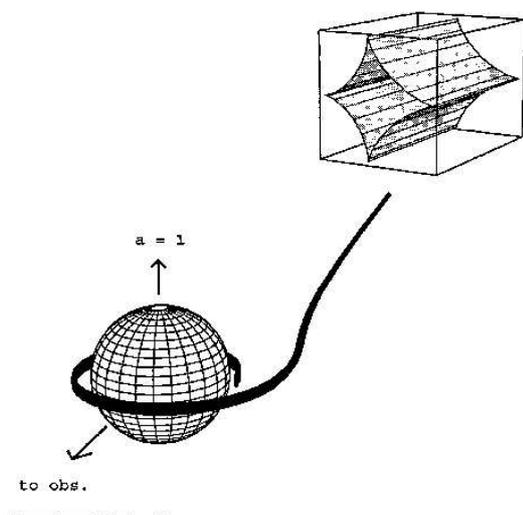


Figure 2. *Caustic Lubang Hitam Kerr*

(*inertial dragging*) yang menggesernya dari sumbu optik.¹³⁾ Sumber akan berada pada lokasi *caustic* yang berbeda-beda setiap saat, dan setiap saat sumber hanya dapat berada pada satu *caustic* sehingga hanya akan ada satu citra yang sangat dimagnifikasi. Ini sangat berbeda dengan karakter citra karena lubang hitam Schwarzschild. Aplikasi ini sedang banyak diteliti karena relevansi astrofisikanya. Variasi pancaran sinar-X pada *Active Galactic Nuclei* diduga disebabkan karena mekanisme yang melibatkan lubang hitam (lihat misalnya Agol dan Kamionkowski¹⁴⁾). Pola variasi ini pastinya dapat memberikan indikasi tentang jenis lubang hitamnya.

5. Penutup

Perhitungan menunjukkan bahwa efek medan kuat memiliki karakter yang sangat berbeda dari efek medan lemah. Karenanya, efek lensa gravitasi oleh daerah medan kuat lubang hitam pastinya dapat dijadikan salah satu uji Teori Relativitas Umum pada seluruh *regime*. Hambatan utama ke arah ini adalah kemampuan resolusi instrumen astronomi yang masih jauh di bawah yang diperlukan. Di dalam aspek teori, formulasi lensa gravitasi sendiri bukan tanpa tantangan. Deskripsi ruangwaktu lensa gravitasi yang lengkap dan eksak bukan sesuatu yang trivial: amat sulit memadukan ruangwaktu lensa dengan ruangwaktu yang dianggap sebagai latar belakang, dan ini telah memaksa kita untuk menganalisa lensa gravitasi dengan berbagai aproksimasi.

Telah ditunjukkan bahwa untuk limit medan lemah, aproksimasi lensa tipis sangat memadai, namun untuk medan kuat perlu formulasi yang lebih akurat. Frittelli, Kling, dan Newman¹⁵⁾ mengusulkan formulasi lensa gravitasi yang non-perturbative, tanpa medan latar belakang, untuk lensa Schwarzschild. Akan sangat menarik dan penting mengembangkan formulasi serupa untuk medan yang lebih umum.

References

1. Damour, T. (2000), *Nuclear Phys. B. (Proc. Suppl.)*, **80**, 41
2. Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E. (1992), *Gravitational Lenses*, Springer-Verlag, Berlin
3. Weinberg, S. (1972), *Gravitation and Cosmology: Principles and Application of the General Theory of Relativity*, Wiley, New York
4. Wald, R. (1984), *General Relativity*, Univ. of Chicago Press, Chicago
5. Virbhadra, K. & Ellis, G.F.R. (2000), *Phys. Rev. D* **62** 084003
6. Petters, A.O. (2003), *Monthly Notices of the Royal Astron. Soc.*, **338**, 457
7. Chandrasekhar, S. (1983), *The Mathematical Theory of Black Holes*, Oxford University Press
8. Richstone, D. *et al* (1998), *Nature*, **395**, A14
9. Kormendy, J. & Gebhardt, K. (2001), *Proceedings of the 20th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics*, Martel & Wheeler (eds.), AIP Conference Proceedings 586
10. Holz, D. & Wheeler, J.A. (2002), *Astrophysical Journal*, **578**, 330
11. Bozza, V. (2002), *Phys. Rev. D* **66** (2002) 103001
12. Bozza, V. (2003), *gr-qc/0210109 v2*
13. Rauch, K. & Blandford, R. (1994), *Astrophysical Journal*, **421**, 46
14. Agol, E. & Kamionkowski, M. (2002), *Monthly Notices of the Royal Soc. of Astron.*, **334**, 553
15. Frittelli, S., Kling, T.P., & Newman, E.T. (2000), *Phys. Rev. D* **61** 064021