

Fluks Poynting Gelombang Whistler

Titiek Setiawati

Bidang Aplikasi Geomagnet dan Magnet Antariksa
Pusat Pemanfaatan Sains Antariksa – LAPAN
Jl. Dr. Junjuran 133, Bandung, Indonesia

Abstrak

Gelombang whistler yang eksis di ionosfer dan magnetosfer berada pada rentang VLF dan ELF. Dalam penjalarnya, gelombang mengalami pelemahan. Pelemahan yang dinyatakan sebagai fluks Poynting dapat diturunkan dari komponen medan listrik dan komponen medan magnet beserta komponen konjugasinya. Profil dari fluks Poynting di ionosfer bawah (lapisan D) dapat disimulasikan menggunakan metoda full wave yang telah dimodifikasi.

Kata kunci : Gelombang whistler, Fluks Poynting, Full wave

Abstract

The whistler wave which exists in the ionosphere and magnetosphere spans in the VLF and ELF. During its propagation the wave can undergo an attenuation. The attenuation that is represented as Poynting flux is derived from the electric and magnetic fields components along with their conjugate components. Poynting flux profile in the lower ionosphere (D layer) can be simulated by using the modification of the full wave method.

Keywords : Whistler wave, Poynting flux, Full wave

1. Pendahuluan

Gelombang whistler merupakan fenomena alam yang eksis di magnetosfer dan ionosfer. Sesuai dengan namanya gelombang elektromagnetik yang menjalar dengan kecepatan yang berbeda ini memperdengarkan bunyi seperti peluit pada frekuensi audio. Gelombang whistler umumnya berada pada rentang VLF (3 kHz ~ 30 kHz) dan ELF (0.3 kHz ~ 3 kHz).

Rangkaian penelitian berkaitan dengan keberadaan gelombang whistler sudah dimulai sejak tahun 1886 yang dilakukan menggunakan telepon ke observatorium yang berlokasi di gunung Zugspitze di Austria. Baru pada tahun 1953 diketahui bahwa pelepasan muatan ketika terjadi petir menimbulkan impuls gelombang elektromagnetik yang menjalar ke ionosfer dan magnetosfer sebagai gelombang whistler^{1,2)}. Gelombang tersebut menjalar sepanjang garis medan magnet bumi yang dibangkitkan di satu belahan bumi utara dan akan sampai di belahan bumi selatan sebagai lokasi konjugasi magnetik, begitu pula sebaliknya. Gelombang elektromagnetik tersebut berada pada rentang frekuensi yang luas, dan sebagian diantaranya memiliki frekuensi yang sangat kecil tepatnya pada frekuensi suara yang dapat didengar oleh manusia.

Radiasi elektromagnetik yang berasal dari elektron dengan energi tinggi di sabuk Van Allen merupakan sumber pembangkit alamiah lainnya bagi gelombang whistler di magnetosfer³⁾. Sumber pembangkit tiruan dapat diupayakan melalui eksperimen roket dan satelit. Gelombang elektromagnetik dipancarkan ke sistem antena penerima roket ketika trayektori melintasi ionosfer. Demikian pula sinyal radio yang berasal dari

sistem navigasi Omega akan diterima oleh satelit yang mengorbit di daerah magnetosfer^{4,5)}.

Gelombang whistler tidak lain merupakan komponen ekstraordiner dari gelombang elektromagnetik. Secara teoritis dengan mengabaikan temperatur plasma, fenomena whistler dapat diidentifikasi melalui harga indeks bias yang tak terhingga. Karakteristik lainnya adalah gelombang tersebut mengalami pelemahan energi. Pelemahan yang dinyatakan oleh fluks Poynting merupakan indikasi transfer energi dari gelombang terhadap medium yang dilaluinya dengan asumsi bahwa plasma dalam kondisi pasif⁶⁾. Vektor Poynting dapat diturunkan dari komponen medan listrik dan medan magnet beserta komponen konjugasinya.

Gelombang whistler dapat dideteksi di bumi menggunakan pesawat penerima yang dilengkapi dengan amplifier yang memiliki sensitivitas pada rentang frekuensi audio⁷⁾. Berkaitan dengan pelepasan muatan ketika terjadi petir sebagai sumber pembangkit alamiah, tentunya fenomena whistler juga eksis di Indonesia yang memiliki hari petir yang sangat tinggi, akan tetapi penelitian ke arah tersebut masih sangat langka atau bahkan belum ada sama sekali.

Makalah ini membahas simulasi untuk memperoleh profil fluks Poynting menggunakan metoda full wave yang telah dimodifikasi^{8,9)}.

2. Modifikasi metoda full wave

Medan elektromagnetik $\mathbf{e}(z)$ pada satu ketinggian z di lapisan ionosfer (non-isotropik dan non-homogen) memenuhi persamaan gelombang berikut¹⁰⁾:

$$\mathbf{e}' = -jk_o \tilde{T} \mathbf{e} \quad (2.1)$$

notasi \mathbf{e} menyatakan perubahan amplitudo total medan elektromagnetik terhadap ketinggian ($d\mathbf{e}/dz$). Vektor kolom \mathbf{e} memuat komponen medan listrik dan medan magnet horizontal seperti E_x, E_y, H_x dan H_y .

Huruf j merupakan notasi imajiner dengan harga $\sqrt{-1}$. k_o adalah bilangan gelombang dalam ruang hampa dan matriks \tilde{T} dengan orde 4×4 merupakan fungsi kerapatan elektron, frekuensi tumbukan elektron dengan partikel netral, intensitas medan magnet bumi serta inklinasi magnet, frekuensi kerja dan sudut datang serta arah kosinus dari medan magnet bumi. Beberapa asumsi yang diadopsi antara lain meliputi: stratifikasi lapisan ionosfer secara horizontal, temperatur plasma (*cold plasma*) dan peran ion diabaikan serta ionosfer dipandang sebagai medium yang pasif, di mana tidak ada sumber energi.

Eksistensi medan magnet bumi di ionosfer menyebabkan gelombang elektromagnetik mengalami polarisasi (kiri dan kanan) sehingga membentuk gelombang ordiner dan ekstraordiner. Kedua gelombang tersebut menjalar dengan kecepatan yang berbeda serta mempunyai indeks bias yang berlainan pula. Ke empat komponen gelombang di atas (dua gelombang menjalar ke atas dan dua lainnya menjalar ke bawah setelah mengalami pantulan) dinamakan gelombang karakteristik (mode karakteristik). Dengan demikian total medan \mathbf{e} dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier dari gelombang karakteristik. Dengan membagi lapisan D menjadi sejumlah interval secara horisontal (stratifikasi horisontal) maka persamaan (2.1) menjadi sistem persamaan diferensial linier simultan dengan koefisien konstan pada setiap interval. Solusi non-trivial dari sistem tersebut diperoleh melalui persamaan karakteristik berikut ini,

$$\det(\tilde{T} - q\tilde{I}) = 0 \quad (2.2)$$

matriks \tilde{I} menyatakan matriks satuan (4×4), dan penjabaran persamaan (2.2) menghasilkan persamaan pangkat empat yang lebih dikenal dengan persamaan Booker,

$$f(q) = aq^4 + bq^3 + cq^2 + dq + e = 0 \quad (2.3)$$

Konstanta a, b, c, d dan e memuat kerapatan elektron, frekuensi tumbukan, arah sudut kosinus dari medan magnet bumi, frekuensi gelombang dan frekuensi giro. Parameter q yang tidak lain merupakan akar dari persamaan Booker, memiliki kontribusi yang signifikan terhadap indeks bias n yang dinyatakan oleh hubungan,

$$n = \sqrt{S^2 + q_{ik}^2} \quad (2.4)$$

S menyatakan $\sin \theta$, dengan θ adalah sudut datang gelombang dan q_{ik} menunjukkan akar Booker pada interval (lapisan) ke i untuk mode karakteristik ke k ($k=1,2,3,4$), masing-masing untuk gelombang ordiner dan ekstraordiner yang menjalar ke atas dan ke bawah. Gelombang mengalami pantulan parsial jika harga indeks bias mempunyai rentang antara 0 dan 1. Akan tetapi fenomena resonan akan muncul ketika salah satu dari nilai q mempunyai harga tak berhingga, dan hal ini terjadi manakala koefisien A sama dengan nol ($A=0$). Kondisi tersebut tercapai apabila frekuensi tumbukan jauh lebih

kecil dari frekuensi gelombang ($\nu \ll \omega$), sehingga X yang setara dengan kerapatan elektron mempunyai harga sebagai berikut,

$$X = \frac{1 - Y^2}{1 - n^2 Y^2} \quad (2.5)$$

dengan $Y = |\omega_h/\omega|$, $\omega_h = eB/m$. ω dan ω_h merupakan frekuensi gelombang dan frekuensi giro. Notasi B, e , serta m masing-masing menyatakan intensitas medan magnet bumi, muatan elektron serta massa elektron.

Secara fisis efek resonan terhadap penjalaran gelombang elektromagnetik merupakan indikator munculnya gelombang whistler. Efek resonan ditandai oleh singularitas mengakibatkan solusi persamaan diferensial gelombang (persamaan 2.1) menjadi tidak konvergen, oleh karena itu metoda full wave untuk menyelesaikan persamaan gelombang perlu dimodifikasi. Dalam metoda *full wave*, lapisan D (lapisan terbawah ionosfer) di bagi menjadi sejumlah n interval (n buah lapisan secara horisontal), dengan asumsi bahwa kerapatan elektron dalam setiap interval mempunyai nilai konstan. Modifikasi yang dimaksud yaitu dengan melinierisasikan kerapatan elektron dalam interval di mana terdapat titik singular, sehingga persamaan gelombang mempunyai solusi tunggal yang dinyatakan dalam rumusan berikut,

$$\mathbf{e}(z_n) = \prod_{i=n-1}^{j+1} \tilde{K}_i \tilde{K}_j^s \prod_{i=j-1}^1 \tilde{K}_i \mathbf{e}(z_1) \quad (2.6)$$

$\mathbf{e}(z_n)$ dan $\mathbf{e}(z_1)$ menunjukkan total medan pada lapisan teratas dan lapisan terbawah. Matriks transisi \tilde{K} memuat vektor eigen dan matriks diagonal orde 4×4 , sedangkan matriks \tilde{K}^s yang memuat titik sigular diperoleh menggunakan metoda integrasi Picard. Total medan pada arah horisontal (persamaan 2.6) didapat dengan menerapkan syarat awal dan syarat batas. Linierisasi hanya merupakan salah satu cara agar diperoleh solusi persamaan gelombang yang konvergen, meskipun fenomena resonan yang berkaitan dengan gelombang whistler masih tetap eksis. Solusi yang konvergen tersebut sangat diperlukan untuk menghitung fluks Poynting gelombang whistler.

3. Fluks Poynting

Fluks Poynting memberikan informasi mengenai alir energi beserta arahnya (dalam hal ini pada arah vertikal) dari gelombang whistler ketika melintasi lapisan D ionosfer. Poynting fluks tersebut diformulasikan sebagai perkalian dari intensitas medan listrik dan medan magnet beserta komponen konyugasinya,

$$P = \frac{1}{2z_o} \Re(E_x H_y^* + E_y H_x^*) \quad (3.1)$$

yang mana z_o dan \Re menyatakan impedansi ruang hampa (*vacuum*) dan komponen riil, sedangkan simbol (*) merupakan komponen konyugasi.

4. Simulasi dan Pembahasan

Simulasi ini memerlukan beberapa data masukan untuk mendapatkan intensitas medan listrik E , medan magnet H dan komponen konyugasinya, yang selanjutnya akan digunakan untuk menurunkan profil fluks Poynting. Kuantitas parameter yang dimaksud tertera pada Tabel 1.

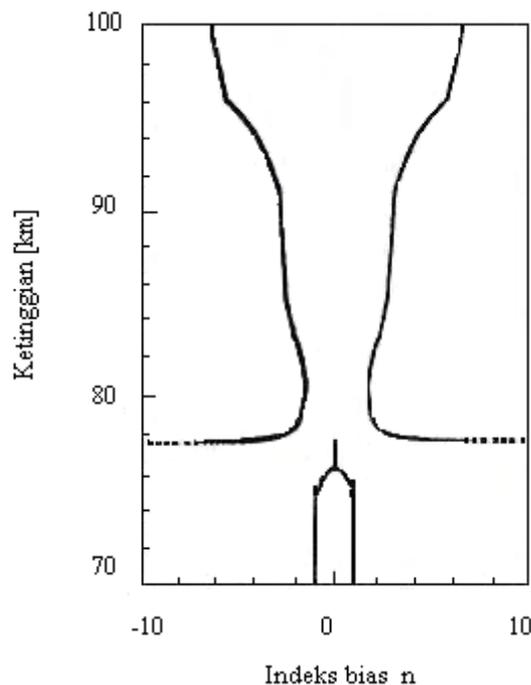
Gelombang dipancarkan dari bawah (bumi) ke ionosfer secara vertikal dengan sudut datang 0 derajat. Kuantitas sudut azimuth dan sudut inklinasi menunjukkan lokasi pemancar. Frekuensi gelombang pada 5 kHz, 10 kHz dan 15 kHz dipergunakan dalam simulasi ini.

Tabel 1. Parameter yang digunakan simulasi

Parameter	Kuantitas
Profil kerapatan elektron	Ekspensial
Rentang ketinggian	70 ~ 100 [km]
Frekuensi gelombang	5, 10, 15 [kHz]
Frekuensi giro	1.2 [MHz]
Sudut datang (θ)	0 [derajat]
Sudut azimuth	125 [derajat]
Sudut inklinasi	41 [derajat]

Pengambil sudut datang sama dengan nol menyebabkan persamaan Booker (2.3) tereduksi menjadi persamaan kuadrat dari q^2 , karena konstanta b yang memuat $\sin \theta$ menjadi nol. Dengan demikian indeks bias yang diperoleh menggunakan persamaan (2.4) untuk frekuensi 10 kHz pada rentang ketinggian 70 km sampai dengan 100 km hanya merupakan fungsi akar variabel q . Profil indeks bias tersebut ditunjukkan dalam Gambar 1a. Indeks bias positif menggambarkan penjaran gelombang elektromagnetik ke ionosfer sedangkan penjaran kembali ke bumi setelah mengalami pantulan dinyatakan dengan indeks bias negatif.

Profil indeks bias gelombang elektromagnetik mengalami pantulan parsial pada ketinggian 75 km dan mulai 76 km gelombang mengalami peredaman karena nilai indeks bias menjadi imajiner. Indeks bias menunjukkan harga tak berhingga tepat pada ketinggian 77.8 km, yang berarti tidak terjadi pantulan akan tetapi merupakan indikasi kemunculan gelombang whistler. Dengan demikian indeks bias tersebut merupakan titik singular, yang mengakibatkan matriks transisi \tilde{K} juga memiliki nilai tak berhingga. Konsekuensi matematis dari keadaan tersebut yaitu solusi persamaan gelombang (2.1) menjadi tidak konvergen. Setelah dilakukan modifikasi terhadap matriks transisi pada interval di mana memuat titik singular tersebut (\tilde{K}^s) maka dengan menggunakan persamaan 2.6 diperoleh profil medan listrik dan medan magnet yang konvergen.

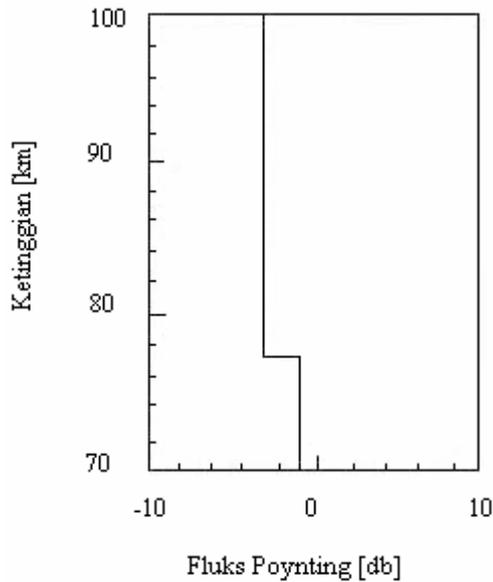


Gambar 1a. Profil indeks bias

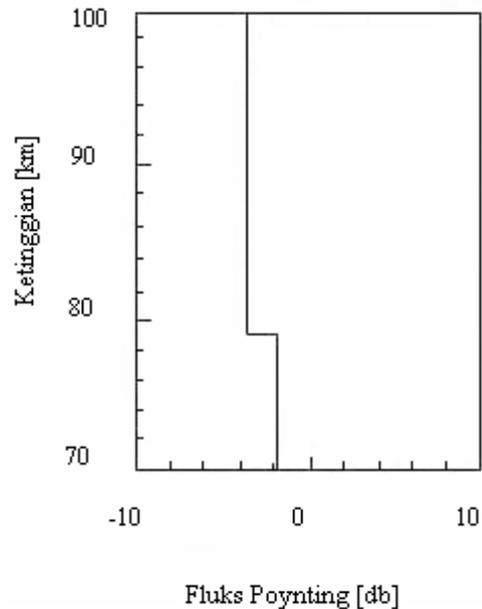
Pembagian ketinggian (70~100 km) menjadi banyak lapisan dengan rentang interval 3 meter dapat menjamin untuk mendapatkan solusi yang konvergen. Selanjutnya kedua medan elektromagnet tersebut digunakan untuk menghitung profil fluks Poynting pada frekuensi 10 kHz, seperti yang terlihat pada Gambar 1b.

Di bawah ketinggian 77.8 km alir energi menunjukkan harga yang konstan, kondisi yang sama terjadi di atas ketinggian 77.8 km. Tidak adanya pelemahan energi disebabkan oleh asumsi bahwa ionosfer dipandang sebagai medium yang pasif. Akan tetapi tepat pada ketinggian di mana ada fenomena whistler, ternyata terjadi pelemahan energi yang ditunjukkan dengan penurunan fluks Poynting sebesar 2 desibel. Penurunan tersebut merupakan indikasi alih energi dari gelombang whistler ke ionosfer.

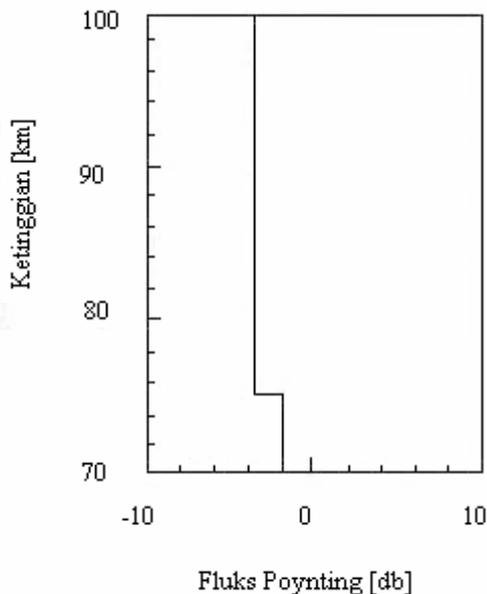
Untuk mengetahui keterkaitan frekuensi dan ketinggian di mana gelombang whistler muncul, berikut ini akan diperlihatkan juga profil alir energi pada frekuensi 5 kHz dan 15 kHz, yang diperlihatkan pada Gambar 1c dan Gambar 1d.



Gambar 1b. Profil fluks Poynting pada frekuensi 10 kHz



Gambar 1d. Profil fluks Poynting pada frekuensi 15 kHz



Gambar 1c Profil fluks Poynting pada frekuensi 5 kHz

Profil fluks Poynting untuk frekuensi 5 kHz menunjukkan bahwa gelombang whistler mengalami pelemahan sebesar 1.9 desibel pada ketinggian 75.5 km. Semakin besar frekuensi menyebabkan fenomena whistler eksis pada ketinggian yang lebih tinggi, seperti halnya untuk frekuensi 15 kHz fenomena tersebut muncul pada 79.3 km dengan pelemahan 2 desibel (Gambar 1d). Pelemahan yang terjadi merupakan indikasi bahwa penyerap energi gelombang oleh ionosfer yang selanjutnya akan diubah menjadi energi panas atau jenis energi lainnya.

Pengambilan beberapa asumsi dalam simulasi ini bertujuan untuk menyederhanakan masalah. Menurut Budden untuk mengetahui lebih lanjut mekanisme alih energi harus melibatkan beberapa faktor, yang diantaranya adalah teori gelombang non-linier, ionosfer tidak dipandang sebagai medium yang pasif dan temperatur plasma perlu diperhitungkan (*warm plasma*).

5. Kesimpulan

Dengan melakukan simulasi dapat diketahui ketinggian di mana fenomena whistler terjadi termasuk pelemahan energi yang dialami oleh gelombang tersebut. Ketinggian di mana gelombang whistler eksis sangat bergantung pada frekuensi gelombang elektromagnetik yang dipancarkan.

Daftar Pustaka

1. Ratcliffe, J.A., *An introduction to the ionosphere and magnetosphere*, Weidenfeld and Nicolson, London, 1970.
2. Rycroft, M.J., *Interaction between whistler-mode waves and energetic electrons in the coupled system formed by the magnetosphere, ionosphere and atmosphere*, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, **53**, 9, 1991.
3. Fukunishi, H., *Plasma wave phenomena in the earth's magnetosphere, The Solar wind and the earth*, Terra Scientific Publishing Company, Tokyo, 1987.
4. Okada, T. and Nagano, I., *Rocket experiment of VLF and MF radio wave measurement by using a single loop Antenna*, The Transactions of the IEICE, E **73**, 2, 1990.
5. Neubert, T., et al., *Observations on the GEOS 1 satellite of whistler mode signals transmitted by the*

- omega navigation system transmitter in Northern Norway*, Journal of Geophys. Res., **88**, A5, 1983.
6. Budden, K.G., Radio wave propagation in the ionosphere, Cambridge Univ. Press., London, (1985).
 7. Hargreaves, J.K., The solar-terrestrial environment, Cambridge University Press, (1992).
 8. Nagano, I., M. Mambo and G. Hutatsuishi, Numerical calculation of electromagnetic waves in an anisotropic multilayered medium, *Radio Sci.*, **10**, 6, (1975).
 9. Setiawati, T., Study on the vicinity of resonance, Master thesis, Kanazawa University, Japan, (1994).
 10. Thomas, A.S., Numerical full wave solution techniques for the calculation of low frequency plane wave fields in the ionosphere, Journal Inst. Telecom. Engrs, **12**, 4, (1966).