

## Pemodelan Inversi Non-Linier dalam Geofisika Menggunakan Algoritma Rantai Markov

Hendra Grandis

Program Studi Geofisika, Departemen Geofisika dan Meteorologi

Fakultas Ilmu Kebumihan dan Teknologi Mineral – ITB

Jl. Ganesha 10 Bandung 40132

E-mail : grandis@geoph.itb.ac.id

### Abstrak

Pada masalah inversi dalam konsep inferensi Bayes solusi dinyatakan oleh fungsi densitas probabilitas (PDF) posterior pada ruang model. Estimasi PDF pada ruang berdimensi banyak dilakukan berdasarkan rantai Markov yang konvergen dengan probabilitas invarian identik dengan PDF model posterior. Eksplorasi ruang model secara ekstensif menggunakan teknik stokastik diharapkan dapat menghindari minimum lokal. Algoritma rantai Markov diterapkan pada inversi non-linier data magnetotellurik (MT) model 1-D dan 2-D dengan hasil cukup memuaskan dimana struktur model sintetik dapat direkonstruksi.

**Kata kunci :** inversi, rantai Markov, metoda magnetotellurik

### Abstract

In the frame of Bayesian inference, the inverse problem solution is described by posterior probability density function (PDF) in the model space. Estimation of PDF in a multidimensional space is based on a Markov chain having invariant probability identical to the posterior PDF of the model. Extensive exploration of the model space using a stochastic technique is expected to circumvent local minima. The Markov chain algorithm has been applied to non-linear inversion of magnetotelluric (MT) data using 1-D and 2-D models with satisfactory results, i.e. synthetic models have been recovered.

**Keywords :** inversion, Markov chain, magnetotelluric method

## 1. Pendahuluan

Perkembangan sumberdaya komputasi yang sangat pesat mendorong pengembangan inversi non-linier menggunakan pendekatan global. Karakteristik fungsi obyektif diperkirakan melalui eksplorasi ruang model secara lebih ekstensif untuk menghindari minimum lokal. Pada metoda Monte-Carlo eksplorasi ruang model dilakukan secara acak (*random*) sehingga kurang efektif dan hanya cocok untuk inversi dengan jumlah parameter tidak terlalu besar<sup>1)</sup>.

Pada makalah ini inversi diformulasikan dalam konteks inferensi Bayes dimana solusi dinyatakan oleh fungsi densitas probabilitas (selanjutnya disebut probabilitas) model posterior. Estimasi probabilitas model posterior dilakukan melalui probabilitas kondisional model posterior yang relatif lebih mudah dihitung. Probabilitas kondisional model posterior berlaku sebagai probabilitas transisi yang menentukan evolusi suatu rantai Markov. Rantai Markov sebagai "Gibbs sampler" mengeksplorasi ruang model secara lebih terarah dengan memberi peluang lebih besar pada model yang memiliki kontribusi signifikan pada perhitungan kuantitas posterior. Rantai Markov tersebut konvergen menuju model optimal dengan distribusi invarian yang menyatakan probabilitas model posterior<sup>2)</sup>. Algoritma rantai Markov diterapkan untuk inversi data MT menggunakan model 1-D dan 2-D (*thin-sheet model*).

## 2. Algoritma Rantai Markov

Rantai Markov adalah serangkaian diskret keadaan atau "state"  $\{X_i\}$  dimana probabilitas keadaan selanjutnya  $X_{n+1}$  bergantung pada keadaan sebelumnya  $\{X_i\}$   $i = 1, 2, \dots, n$  hanya melalui keadaan kini  $X_n$  dan dinyatakan oleh:

$$P(X_{n+1}=\mathbf{x}_{n+1} | X_n=\mathbf{x}_n, X_{n-1}=\mathbf{x}_{n-1}, X_0=\mathbf{x}_0) =$$

$$P(X_{n+1}=\mathbf{x}_{n+1} | X_n=\mathbf{x}_n) \quad (1)$$

dimana  $P(X_{n+1}=\mathbf{x}_{n+1} | X_n=\mathbf{x}_n)$  melambangkan probabilitas kondisional keadaan saat  $n+1$  yaitu  $\mathbf{x}_{n+1}$  jika keadaan sebelumnya adalah  $\mathbf{x}_n$  dan  $\{\mathbf{x}_n\} \in E$  adalah himpunan berhingga keadaan yang mungkin. Untuk memudahkan indeks  $\mathbf{x}$  dalam persamaan (1) dibuat sama dengan indeks  $X$  urutan keadaan yang membentuk rantai Markov.

Evolusi rantai Markov ditentukan oleh keadaan awal dan probabilitas transisi yang menyatakan probabilitas untuk melangkah dari suatu keadaan  $\mathbf{a}$  ke keadaan  $\mathbf{b}$  dalam satu langkah pada saat ke- $n$  :

$$p_n(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P(X_{n+1}=\mathbf{b} | X_n=\mathbf{a}) \quad (2)$$

Jika probabilitas transisi tidak bergantung "waktu"  $n$  maka rantai Markov disebut homogen. Secara asimtotik rantai Markov dapat konvergen ke keadaan setimbang yang didefinisikan oleh probabilitas invarian. Sifat-sifat yang menjadi prasyarat konvergensi rantai Markov,

diantaranya ergodisitas, tidak dibahas dalam makalah ini. Secara umum sifat-sifat tersebut menyatakan bahwa rantai Markov tidak bergantung pada keadaan awal dan waktu<sup>3)</sup>.

Untuk menyelesaikan masalah inversi dibuat serangkaian model dengan probabilitas transisi tertentu yang konvergen menuju model optimal. Untuk kuantitas (model) diskret persamaan Bayes dapat dituliskan sebagai:

$$\Pi(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \frac{g(\mathbf{d}|\mathbf{m})h(\mathbf{m})}{\sum_{\mathbf{m} \in E} g(\mathbf{d}|\mathbf{m})h(\mathbf{m})} \quad (3)$$

dimana  $\mathbf{d}$  dan  $\mathbf{m}$  mewakili data dan model. Fungsi  $g(\mathbf{d}|\mathbf{m})$  adalah probabilitas data jika model diketahui dan  $h(\mathbf{m})$  adalah probabilitas model "a priori".  $\Pi(\mathbf{m}|\mathbf{d})$  adalah probabilitas model posterior yang dianggap sebagai solusi inversi karena menyatakan probabilitas model jika data diketahui. Denominator pada persamaan (3) merupakan faktor normalisasi  $\Pi(\mathbf{m}|\mathbf{d})$  sehingga  $E$  selanjutnya adalah himpunan semua model yang mungkin.

Misal parameter model  $m_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) dapat berharga tertentu dari satu set harga "a priori" diskret  $\rho_k$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ). Jika jumlah harga "a priori" sama untuk setiap parameter model maka jumlah model yang mungkin adalah  $E = N^M$ . Persamaan (3) sangat sulit dihitung jika jumlah parameter model cukup besar dan fungsi pemodelan ke depan (*forward modelling*) kompleks.

Jika parameter model selain  $m_i$  dibuat tetap sesuai harga pada saat ( $n$ ) tertentu maka berdasarkan persamaan (3) diperoleh probabilitas kondisional posterior berikut :

$$p(m_i=\rho_k|\mathbf{d}) = \frac{g(\mathbf{d}|m_i=\rho_k)h(m_i=\rho_k)}{\sum_{l=1}^N g(\mathbf{d}|m_i=\rho_l)h(m_i=\rho_l)} \quad (4)$$

dimana  $k = 1, 2, \dots, N$ . Denominator persamaan (4) merupakan penjumlahan yang hanya meliputi  $N$  harga "a priori", sehingga relatif lebih mudah dihitung. Persamaan lebih eksplisit diperoleh dengan asumsi : kesalahan data independen dan terdistribusi normal dengan rata-rata nol dan standar deviasi  $\sigma_i$  serta probabilitas model "a priori" uniform. Probabilitas  $g(\mathbf{d}|\mathbf{m})$  mengkombinasikan statistik data dan pemodelan ke depan sehingga persamaan (4) menjadi :

$$p(m_i=\rho_k|\mathbf{d}) = C \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{ND} \left(\frac{d_j - f_j(m_i=\rho_k)}{\sigma_j}\right)^2\right) \quad (5)$$

dimana  $C$  mengakomodasi semua konstanta termasuk faktor normalisasi persamaan (4),  $ND$  adalah jumlah data dan  $f_j(m_i=\rho_k)$  adalah elemen ke- $j$  respons model  $\mathbf{m}$  dengan  $m_i = \rho_k$ .

Pada konfigurasi  $m_{k \neq i}$  tetap persamaan (5) menyatakan probabilitas relatif  $\rho_k$  sebagai harga parameter model  $m_i$ . Persamaan (5) dapat digunakan untuk meng-aktualisasi parameter model  $m_i$  dengan

mengambil secara acak  $\rho_k$  yang diberi bobot  $p(m_i=\rho_k|\mathbf{d}) \equiv p(\rho_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ . Argumen eksponensial pada persamaan (5) sering disebut sebagai fungsi *likelihood*<sup>4)</sup> sehingga jelas bahwa  $\rho_k$  yang menghasilkan selisih  $d_j$  dan  $f_j$  (*misfit*) kecil memiliki peluang lebih besar untuk dipilih. Meskipun demikian  $\rho_k$  dengan *misfit* lebih besar tetap memiliki peluang untuk dipilih namun dengan probabilitas lebih kecil. Hal tersebut memungkinkan inversi non-linier menggunakan algoritma rantai Markov dapat menghindari minimum lokal.

Aktualisasi setiap parameter model secara acak menghasilkan serangkaian model yang membentuk rantai Markov dengan probabilitas transisi sebagaimana persamaan (5). Dalam hal ini rantai Markov memiliki karakter khusus, yaitu dua model yang berurutan hanya berbeda maksimum pada satu parameter model, parameter model lainnya identik.

Aspek teoritis yang menyangkut sifat asimtotik yang menjamin konvergensi rantai Markov yang identik dengan rantai Markov di atas telah dibahas secara rinci oleh peneliti lain<sup>5)</sup>. Dapat dibuktikan bahwa rantai Markov konvergen menuju model optimum dengan probabilitas model posterior pada persamaan (3) sebagai distribusi invarian<sup>2,6)</sup>. Implikasi praktis dari teorema-teorema mengenai sifat asimtotik rantai Markov adalah estimasi statistik parameter model (probabilitas marginal, rata-rata dan standar deviasi) dapat dilakukan berdasarkan kuantitas empirik<sup>3,6)</sup>.

### 3. Inversi Data MT 1-D

Pada medium 1-D resistivitas hanya bervariasi terhadap kedalaman. Medium dapat didiskretisasi menjadi sejumlah lapisan tipis dengan ketebalan homogen dalam skala logaritmik. Selama inversi ketebalan lapisan dibuat tetap sehingga parameter model yang dicari adalah resistivitas tiap lapisan. Dengan jumlah lapisan yang cukup besar maka variasi resistivitas terhadap kedalaman tergambar pada perubahan resistivitas dari satu lapisan ke lapisan lain. Pada setiap iterasi, resistivitas semua lapisan dibuat tetap, kecuali lapisan ke- $i$  ( $m_i$ ) yang resistivitasnya akan ditentukan atau dimodifikasi. Harga resistivitas untuk lapisan ke- $i$  dipilih dari  $N$  harga resistivitas "a priori" antara  $\rho_{\min} - \rho_{\max}$  yang didiskretisasi secara homogen dalam skala logaritmik.

Inversi dilakukan pada data sintetik MT 1-D yang dibuat berdasarkan model sintetik yang banyak digunakan oleh peneliti lain<sup>7)</sup>. Data sintetik (komponen riil dan imajiner impedansi secara independen) ditambah dengan *noise* yang terdistribusi normal dengan rata-rata nol dan deviasi standar 10% dari data tanpa *noise*. Untuk setiap iterasi, perhitungan pemodelan ke depan pada persamaan (5) harus dilakukan  $N$  kali dengan konfigurasi resistivitas lapisan yang sama kecuali lapisan ke- $i$ . Perhitungan tersebut membutuhkan waktu yang cukup lama jika jumlah lapisan ( $M$ ), jumlah resistivitas "a priori" ( $N$ ) dan jumlah data ( $ND$ ) cukup besar. Untuk itu digunakan algoritma pemodelan ke depan MT 1-D alternatif yang dapat mempercepat proses inversi<sup>8)</sup>.

Hasil inversi dengan  $M = 60$ ,  $N = 19$  (antara 1 – 1000 Ohm.m) dan  $ND = 2 \times 26$  diperlihatkan pada Gambar 1a dalam bentuk kurva resistivitas sebagai fungsi kedalaman. Tampak bahwa variasi resistivitas dari satu lapisan ke lapisan lainnya cukup besar dan tidak menggambarkan model sintetik meskipun respons model tersebut telah cukup dekat (*fit*) dengan data sintetik. Probabilitas marginal model posterior cenderung uniform untuk resistivitas di atas harga tertentu (Gambar 1b). Adanya masalah ekivalensi atau ambiguitas menyebabkan banyak model dengan respons yang cocok dengan data. Disamping itu lapisan tipis cenderung lebih resistif namun tetap menghasilkan respons yang cocok dengan data. Probabilitas transisi yang hanya memperhitungkan kecocokan data tidak dapat mendiskriminasi resistivitas “a priori” dengan baik terutama untuk resistivitas di atas harga tertentu.

Hal-hal tersebut di atas mengindikasikan perlunya kendala tambahan yang mensyaratkan minimisasi variasi spasial resistivitas. Dengan kata lain model yang dicari adalah model yang halus atau “smooth”. Penambahan faktor penghalusan atau *smoothing* pada probabilitas transisi memberikan peluang lebih besar pada resistivitas “a priori” yang tidak jauh berbeda dengan resistivitas lapisan di atas dan di bawah lapisan ke- $i$ . Dengan demikian persamaan (5) menjadi :

$$p(m_i = \rho_k | \mathbf{d}) = C \exp \left( -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{ND} \left( \frac{d_j - f_j(m_i = \rho_k)}{\sigma_j} \right)^2 - \lambda \sum_{j=i}^{i+1} \left( \log \frac{m_{j-1}}{m_j} \right)^2 \right) \quad (6)$$

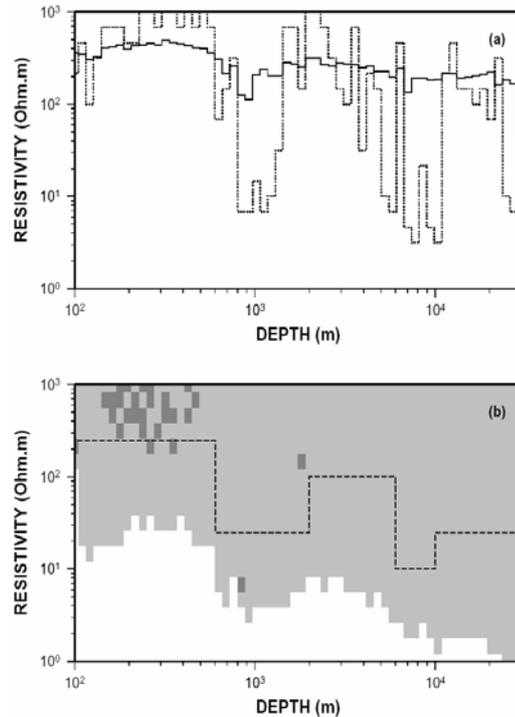
Faktor penghalusan  $\lambda$  yang dipilih secara coba-coba menentukan perimbangan antara minimisasi *misfit* dan minimisasi variasi resistivitas dari satu lapisan ke lapisan lain. Semakin besar  $\lambda$  maka akan dihasilkan model yang makin halus.

Hasil inversi dengan faktor penghalusan ditampilkan pada Gambar 2. Tampak bahwa model inversi dapat merekonstruksi kembali model sintetik dengan cukup baik. Model inversi merupakan versi *smooth* dari model sintetik yang bersifat “blocky”. Penerapan inversi pada data lapangan (tidak dibahas pada makalah ini) juga memberikan hasil yang konsisten dengan kondisi geologi setempat<sup>2,9)</sup>.

#### 4. Inversi Data MT 2-D

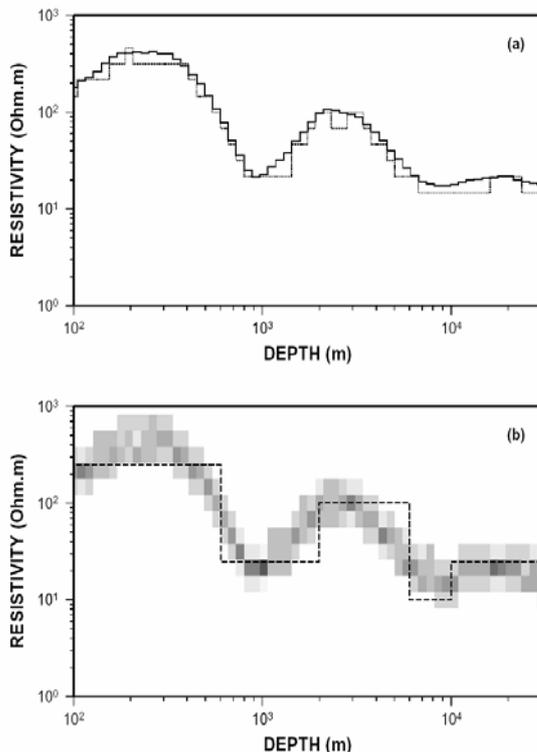
Untuk merepresentasikan struktur bawah-permukaan yang lebih realistis diperlukan model distribusi resistivitas 3-D. Namun perhitungan respons model 3-D sangat kompleks sehingga perlu dilakukan pendekatan atau penyederhanaan. Pada kasus dimana heterogenitas 3-D terkonsentrasi pada satu lapisan dengan ketebalan jauh lebih kecil dari pada kedalaman penetrasi gelombang elektromagnetik (EM) maka dapat digunakan pendekatan lapisan tipis (*thin-sheet approximation*). Dalam hal ini medium heterogen direpresentasikan oleh

lapisan dengan konduktansi (hasil perkalian konduktivitas dengan ketebalan lapisan) yang bervariasi. Dengan demikian dilihat dari permukaan bumi model adalah model 2-D yang menggambarkan variasi konduktansi secara lateral atau horisontal (dalam arah sumbu  $x$  dan sumbu  $y$ ).



Gambar 1. Hasil inversi data sintetik untuk model 1-D tanpa menggunakan faktor *smoothing* : (a) kurva resistivitas sebagai fungsi kedalaman dari model rata-rata --- dan dari model dengan frekuensi resistivitas “a priori” maksimum ----, (b) probabilitas marginal model posterior (skala abu-abu menggambarkan nilai tak nol) dan kurva resistivitas model sintetik -----.

Pengujian metoda inversi untuk model 2-D dilakukan dengan inversi data sintetik. Model-1 merepresentasikan lapisan tipis di permukaan (resistivitas 10 Ohm.m, tebal 5000 meter) dengan heterogenitas resistif 500 Ohm.m. Pada model-2 daerah heterogen konduktif (10 Ohm.m) terdapat pada lapisan tipis resistif (500 Ohm.m). Medium 1-D dimana kedua model tersebut berada merepresentasikan kondisi umum pada skala regional. Lapisan tipis dibagi menjadi  $10 \times 10$  elemen bujur-sangkar (blok) masing-masing berukuran  $30 \times 30$  kilometer dengan resistivitas tiap blok homogen. Ukuran elemen dan periode gelombang EM (300 – 7200 detik) dipilih sedemikian hingga pendekatan lapisan tipis berlaku. Respons EM dari kedua model sintetik dihitung pada titik tengah tiap elemen bujur-sangkar menggunakan persamaan integral<sup>10)</sup>.



Gambar 2. Hasil inversi data sintetik untuk model 1-D menggunakan faktor *smoothing* : (a) kurva resistivitas sebagai fungsi kedalaman dari model rata-rata ---- dan dari model dengan frekuensi resistivitas “a priori” maksimum ----, (b) probabilitas marginal model posterior (skala abu-abu menggambarkan populasi 68%) dan kurva resistivitas model sintetik -----.

Data sintetik tensor impedansi dan vektor induksi ditambah *noise* 10%. Medium 1-D dianggap telah diketahui secara “a priori”, termasuk ketebalan lapisan tipis. Namun parameter model yang dicari adalah konduktansi, yaitu ketebalan lapisan tipis dibagi dengan resistivitas tiap blok. Parameter model “a priori” dalam interval yang mencakup resistivitas 10 Ohm.m dan 500 Ohm.m (atau konduktansi 500 Ohm<sup>-1</sup> dan 10 Ohm<sup>-1</sup>) didiskretisasi dengan interval linier dan logaritmik. Inversi dilakukan menggunakan probabilitas transisi pada persamaan (5) tanpa *smoothing*. Hal tersebut didasarkan pertimbangan bahwa diskretisasi blok yang cukup kecil akan menghasilkan jumlah blok yang besar dan akan meningkatkan waktu komputasi secara signifikan.

Secara sistematis inversi dilakukan sampai iterasi ke-20 dan hasil 15 iterasi terakhir dirata-rata (iterasi telah dianggap konvergen). Gambar 3 dan 4 memperlihatkan konduktansi pada lapisan tipis hasil inversi data sintetik dengan interval konduktansi “a priori” linier dan logaritmik. Secara umum model inversi yang dihasilkan mirip dengan model sintetik, terutama pada inversi tensor impedansi baik untuk anomali resistif maupun konduktif. Sebaliknya, inversi vektor induksi untuk anomali konduktif kurang dapat merekonstruksi model sintetik. Hal ini disebabkan anomali konduktif dengan volume

terbatas hanya menimbulkan anomali vektor induksi dengan magnitudo yang kecil.

Perbedaan interval konduktansi “a priori” menghasilkan perbedaan resolusi zona resistif dan konduktif. Zona resistif dapat terresolusi dengan baik jika interval konduktansi “a priori” linier. Variasi konduktansi model inversi tidak terlalu besar sehingga medium resistif terlihat sebagai satu kesatuan. Medium konduktif dapat terresolusi dengan baik jika interval konduktansi “a priori” logaritmik. Dengan asumsi ketebalan lapisan tipis diketahui, hal tersebut mengindikasikan bahwa kemampuan resolusi zona resistif dan konduktif lebih ditentukan oleh resistivitas. Interval konduktansi “a priori” linier untuk medium resistif 1 – 100 Ohm<sup>-1</sup> berasosiasi dengan resistivitas 5000 – 50 Ohm.m. Untuk medium konduktif interval 400 – 600 Ohm<sup>-1</sup> berasosiasi dengan resistivitas 12.5 – 8.3 Ohm.m yang secara numerik tidak terlalu berbeda. Penjelasan yang sama juga berlaku untuk interval konduktansi “a priori” logaritmik.

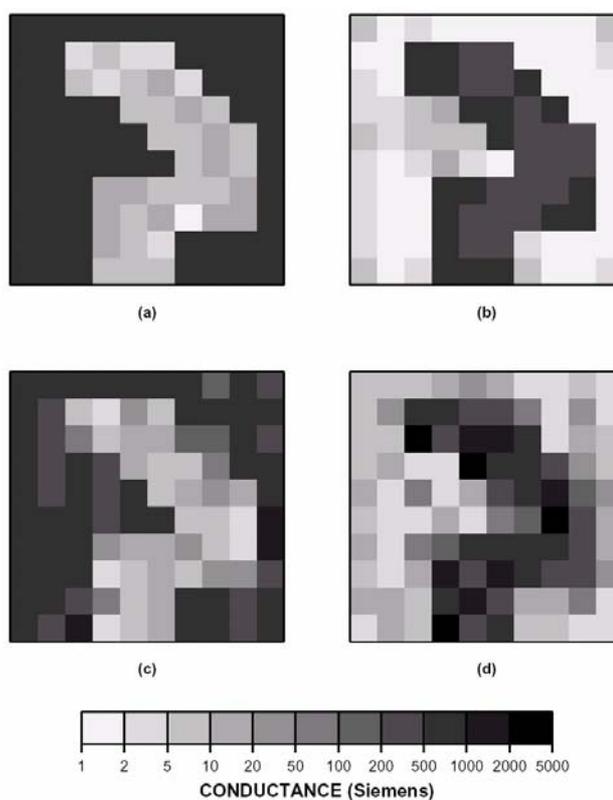
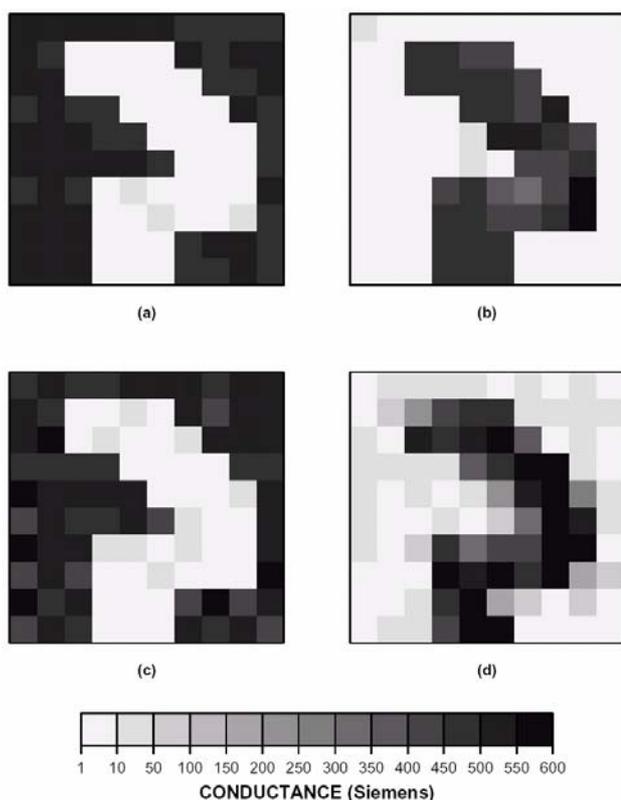
Metoda inversi telah digunakan pada data lapangan (vektor induksi) dalam skala regional dan pada data VLF-EM skala lokal (arkeologi). Khusus untuk data VLF-EM diperlukan penyesuaian mengingat data adalah besaran skalar yang berasosiasi dengan sumber gelombang EM artifisial dari arah/polarisasi tertentu<sup>11)</sup>.

## 5. Kesimpulan

Inversi non-linier menggunakan algoritma rantai Markov telah diterapkan pada data MT untuk model 1-D dan model 2-D (lapisan tipis) dengan hasil memuaskan. Pada inversi dengan model 1-D diperlukan kendala tambahan berupa kriteria model dengan variasi resistivitas minimum. Pada inversi dengan model 2-D tidak diperlukan penambahan faktor *smoothing* karena data (terutama tensor impedansi) telah dapat mendefinisikan model dengan baik.

Berdasarkan hasil yang diperoleh dari inversi data MT, algoritma rantai Markov dapat diterapkan untuk inversi data geofisika lainnya. Untuk itu perlu diperhitungkan faktor inheren pada masalah fisis yang ditinjau seperti ambiguitas, resolusi, tipe data dan sebagainya.

Metoda inversi non-linier menggunakan algoritma rantai Markov secara efektif dapat mengatasi kelemahan pendekatan lokal. Namun metoda tersebut sangat lamban dan memerlukan sumberdaya komputasi (kecepatan prosesor) yang sangat intensif. Mengingat sebagian besar waktu komputasi dialokasikan untuk menghitung respons model maka diperlukan algoritma pemodelan ke depan yang efisien. Fungsi probabilitas marginal model posterior yang sangat kompleks (*non-gaussian*) mencerminkan ketidaklinieran masalah inversi. Oleh karena itu interpretasi model inversi tidak dapat hanya didasarkan pada estimator klasik (seperti harga rata-rata dan standar deviasi parameter model) tetapi pada fungsi probabilitas marginal tersebut.



Gambar 3. Peta konduktansi hasil inversi data sintetik untuk model 2-D (lapisan tipis) menggunakan interval konduktansi “a priori” linier : (a) inversi data tensor impedansi untuk model dengan anomali resistif; (b) inversi data tensor impedansi untuk model dengan anomali konduktif; (c) inversi data vektor induksi untuk model dengan anomali resistif; (d) inversi data vektor induksi untuk model dengan anomali konduktif.

Gambar 4. Peta konduktansi hasil inversi data sintetik untuk model 2-D (lapisan tipis) menggunakan interval konduktansi “a priori” logaritmik : (a) inversi data tensor impedansi untuk model dengan anomali resistif; (b) inversi data tensor impedansi untuk model dengan anomali konduktif; (c) inversi data vektor induksi untuk model dengan anomali resistif; (d) inversi data vektor induksi untuk model dengan anomali konduktif.

#### Daftar Pustaka

1. Grandis, H., Inversi non-linier menggunakan metoda Monte-Carlo: Kasus magnetotellurik 1-dimensi (1-D), *Kontribusi Fisika Indonesia*, **10**, 51-57 (1999).
2. Grandis, H., Menvielle, M., Roussignol, M., Bayesian inversion with Markov chains-I. The magnetotelluric one-dimensional case, *Geophys. J. Inter.*, **138**, 757-768, (1999).
3. Heerman, D.W., Computer simulation methods in theoretical physics, Springer-Verlag, Berlin, 145pp., 1990.
4. Sen, M.K., Stoffa, P.L., Bayesian inference, Gibbs' sampler and uncertainty estimation in geophysical inversion, *Geophys. Prosp.*, **44**, 313-350 (1996).
5. Rothman, D.H., Automatic estimation of large residual statics corrections, *Geophysics*, **51**, 332-346, (1986).
6. Robert, C., Méthodes de Monte Carlo par Chaînes de Markov, Economica, Paris, 393pp., 1996.
7. Whittall, K.P., Oldenburg, D.W., Inversion of magnetotelluric data for a one-dimensional conductivity, Geophysical Monograph Series, SEG Publishing, Tulsa, 1992.
8. Grandis, H., An alternative algorithm for one-dimensional magnetotelluric response calculation, *Computer and Geosciences*, **25**, 119-125, (1999).
9. Grandis, H., Application of magnetotelluric (MT) method in mapping basement structures: Example from Rhine-Saone Transform Zone, France, *Indonesian Mining Journal*, **3**, 16-25, (1997).
10. Grandis, H., Puspito, N.T., Perhitungan respons elektromagnetik lapisan tipis heterogen menggunakan metoda persamaan integral, *Jurnal Matematika dan Sains*, **3**, 16-31, (1996).
11. Grandis, H., Mogi, T., Widarto, D.S., Thin-sheet electromagnetic modelling: examples from two extreme scales, Proceeding of the 103<sup>rd</sup> SEG Japan Annual Conference, Kooriyama, 2000.