

Fraktal dan Variabilitas dalam Siklus Bintik Matahari

Dhani Herdiwijaya dan Baju Indradjaja
Departemen Astronomi,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha 10 Bandung 40132
E-mail: dhani@as.itb.ac.id

Abstrak

Berdasarkan data jumlah bintik matahari rata-rata bulanan dalam periode tahun 1749-2000 dilakukan pengujian terhadap variabilitas dan kompleksitas aktivitas matahari. Periodogram ditentukan berdasarkan algoritma Lomb dan wavelet Morlet. Metoda Detrended Fluctuations Analysis (DFA) dipergunakan untuk menguji fenomena kompleksitas. Periodisitas siklus bintik matahari rentang 11 tahun terlihat dominan, dibandingkan periode siklus magnetik, maupun periode Gleissberg. Amplitudo wavelet periodisitas tersebut berubah terhadap waktu. Dalam rentang 200 tahun terakhir, amplitudo periode 11 tahun menguat dua kali lipat. Metode DFA menghasilkan komponen α yang berfluktuasi antara 0,5 dan 1,5. Hal ini menunjukkan adanya korelasi dalam perubahan nilai data sebagai fungsi waktu. Sedangkan dimensi fraktal, berada dalam rentang nilai yang sama. Disimpulkan bahwa variasi waktu dan amplitudo jumlah bintik matahari merupakan proses yang non stasioner, tetapi memperlihatkan adanya korelasi untuk periode kurang dari 132 tahun. Terjadinya cross-over dengan $\alpha=0,7$ ($D=1,3$) berasosiasi dengan skala temporal 11 tahun dan skala luas granulasi matahari.

Kata kunci: matahari, aktivitas matahari, siklus matahari, bintik matahari, kompleksitas

Abstract

Monthly sunspot numbers during period 1749 to 2000 were used to determine their fractal properties. Lomb's algorithm and Morlet wavelet were applied to detect the distinct period of 11 year. By using Detrended Fluctuations Analysis (DFA), fractal dimension was measured. It is shown that during the last two centuries, 11-year wavelet amplitude showed doubled increment, in contrast with Gleissberg period. The evolution of fractal dimension varied in between 0.5 to 1.5, which imply that sunspot number time series are nonstationary and correlated to each other within 132-year period. The detected cross-over feature at $D=1.3$ corresponds to 11-year period and granulation size.

Keywords: Sun, solar activity, solar cycle, sunspot, complexity

1. Pendahuluan

Bintik matahari merupakan fenomena permukaan matahari pada lapisan fotosfer yang paling mudah dikenal. Kontrasnya yang tinggi menyebabkan bintik matahari mempunyai catatan historis sebelum Masehi di Cina. Salah satu dinamika aktivitas matahari adalah kenampakan bintik matahari yang berubah terhadap waktu. Jumlah bintik matahari mempunyai variasi temporal dan spasial. Heinrich Schwabe melakukan pengamatan sistematis antara tahun 1826 sampai 1843¹⁾. Hasil yang diperoleh menyimpulkan adanya keteraturan kemunculan bintik matahari dalam waktu sekitar 10 tahun. Schwabe mengamati bahwa kenampakan bintik matahari tidak tersebar secara acak dalam permukaan matahari, tetapi cenderung berada dalam kelompok dengan anggota yang bervariasi dalam jumlah, konfigurasi dan morfologi. Kemudian Rudolf Wolf dari Observatorium Zurich, Jerman mengusulkan jumlah relatif bintik matahari, yang kemudian dikenal dengan bilangan Wolf²⁾. Jumlah relatif bintik matahari rata-rata bulanan kemudian dapat direkonstruksi sampai tahun 1749 (Gambar 1). Pengamatan secara visual menunjukkan ketidakteraturan amplitudo, waktu naik dan waktu

turun, panjang dan bentuk tiap siklus bintik matahari. Ketidakteraturan tersebut mencerminkan proses tidak linier yang terjadi di dalam inti matahari. Bagaimana bintik matahari dengan konsentrasi kuat medan magnetik 2000 gauss dapat muncul ke permukaan? Proses apakah yang terjadi sehingga bintik matahari dapat lahir dan berevolusi secara kuasiperiodik dalam 11 tahun dengan pembalikan kutub magnetik dalam waktu 22 tahun? Apakah periode 11 tahun merupakan periode utama atau periode sekuler? Pertanyaan-pertanyaan di atas merupakan sebagian dari problema besar dalam fisika matahari. Telah diketahui dari hasil pengamatan bahwa interaksi medan magnetik sangat penting dalam mempelajari aktivitas matahari (bintik matahari, flare, prominensa, coronal mass-ejection, dll), tetapi sedikit diketahui asal-usul, proses serta interaksi medan magnetik itu sendiri. Teori dinamo adalah salah satu teori yang mencoba, secara garis besar, menerangkan pembangkitan dan kesinambungan medan magnetik matahari.

Konsep tentang fraktal pertama kali diaplikasikan dalam bidang geologi³⁾. Sejak itu sifat-sifat fraktal atau sifat kompleksitas pada umumnya banyak dijumpai dalam astrofisika^{4,5)}, geofisika^{6,7)} dan bidang lain⁸⁾. Konsep evolusi juga dapat dipelajari berdasarkan sifat-sifat

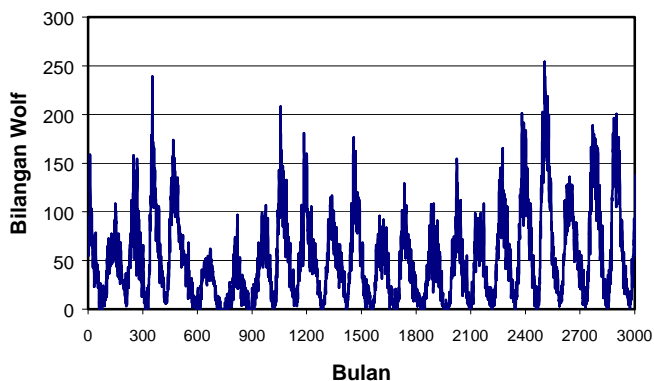
kompleksitas. Penelitian ini tidak dimaksudkan mempelajari asal-usul medan magnetik bintang matahari, tetapi lebih ditekankan mempelajari sifat-sifat dan pola-pola global distribusi bintang matahari melalui pendekatan fraktal atau kompleksitas.

2. Data

Bilangan Wolf atau bilangan bintang matahari (*sunspot number*) untuk jumlah relatif bintang matahari dapat dirumuskan sebagai

$$R = k (10g + s) \tag{1}$$

dengan *g* dan *s* masing-masing adalah jumlah kelompok bintang matahari dan jumlah bintang matahari tunggal. Perbedaan posisi dan kondisi lokal pengamat dikoreksi dengan faktor *k*. Bilangan relatif rata-rata bulanan antara periode Januari 1749 sampai Desember 2000, berasal dari National Geophysical Data Center, NOAA, Amerika Serikat⁹⁾. Sejumlah 3024 titik data dengan interval waktu satu bulan terlihat dalam Gambar 1.



Gambar 1. Bilangan Wolf rata-rata bulanan dalam periode Januari 1749 sampai Desember 2000.

3. Analisis Data

3.1. Metode Lomb

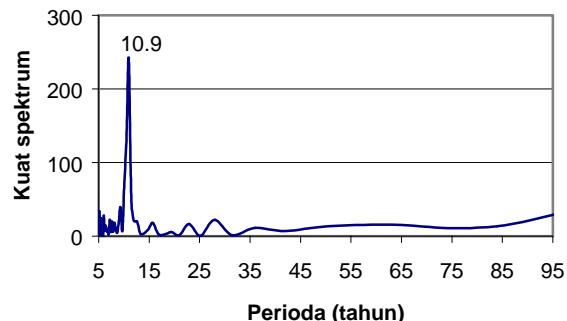
Lomb¹⁰⁾ mengembangkan metode analisis spektral untuk domain waktu yang tidak seragam. Metode ini merupakan pengembangan dari metode Fourier, yaitu menguji komponen sinus dan cosinus hanya dari data terukur, *t_j*. Misalkan ada sejumlah *N* titik data, yaitu *h_j* ≡ *h(t_j)*, dengan *j* = 1, ..., *N*, maka bentuk periodogram dari Lomb dapat dinyatakan sebagai

$$P_N(\omega) = 1/(2\sigma^2) \left\{ \sum_j (h_j - \langle h \rangle) \cos \omega(t_j - \tau)^2 / [\sum_j \cos^2 \omega(t_j - \tau)] + [\sum_j (h_j - \langle h \rangle) \sin \omega(t_j - \tau)]^2 / \sum_j \sin^2 \omega(t_j - \tau) \right\} \tag{2}$$

dengan

$$\tan(2\omega\tau) = (\sum_j \sin 2\omega t_j) / (\sum_j \cos 2\omega t_j) \tag{3}$$

dimana $\langle h \rangle$ dan σ^2 merupakan rata-rata dan variansi. Hasil periodogram untuk bilangan Wolf rata-rata bulanan ditunjukkan dalam Gambar 2. Puncak 10,9 tahun mencerminkan probabilitas 99%.



Gambar 2. Periodogram dengan metoda Lomb

3.2. Wavelet

Metoda wavelet, sesuai dengan namanya, memakai “*wavelet*” atau “*mother function*” sebagai fungsi dasar. Bentuk “*mother function*” sangat beragam, bergantung terhadap aplikasi yang dipergunakan. Metoda ini berguna untuk menyisir fluktuasi periodik yang bersifat sementara (*transient*). Transformasi wavelet untuk suatu fungsi *x(t)* didefinisikan sebagai,

$$W(\omega, \tau; x(t)) = \omega^{1/2} \int x(t) f^*(\omega(t - \tau)) dt \tag{4}$$

dimana *f** merupakan *complex conjugate* dari *f*. Fungsi *f(z)* dikenal sebagai *mother wavelet*. Salah satu bentuknya adalah profil peluruhan secara Gaussian¹¹⁾ yang dituliskan sebagai

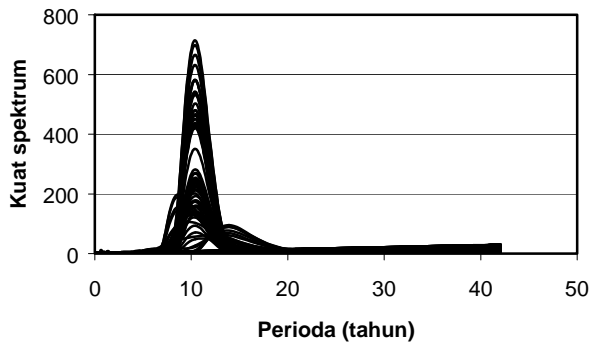
$$f(z) = \exp(-z^2 / 2) \left\{ \exp(i\omega_m z) - \exp(-\omega_m^2 / 2) \right\}$$

dimana

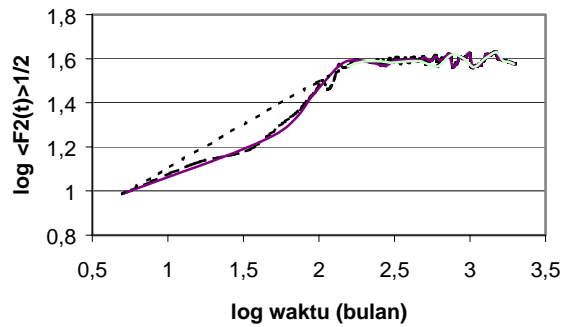
$$\omega_m = (2c)^{-1/2} \tag{5}$$

Kemudian berdasarkan profil di atas, Foster¹²⁾ mengembangkan metoda *weighted wavelet Z-transform* (WWZ) yang dapat dipergunakan untuk analisis kurva cahaya bintang variabel.

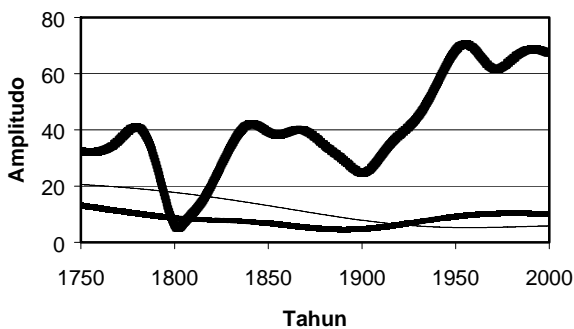
Periodogram, seperti dalam Gambar 3, menghasilkan rentang periode 8,3 – 13,1 tahun, dengan puncak 10,4 tahun. Terlihat dalam Gambar 4 bahwa variasi amplitudo siklus bintang matahari (11 tahun) meningkat dua kali dalam rentang 200 tahun terakhir. Akan tetapi pola penguatan tersebut tidak diikuti oleh siklus magnetik matahari (22 tahun) maupun siklus Gleissberg (88 tahun). Bahkan siklus terakhir mempunyai kecenderungan melemah.



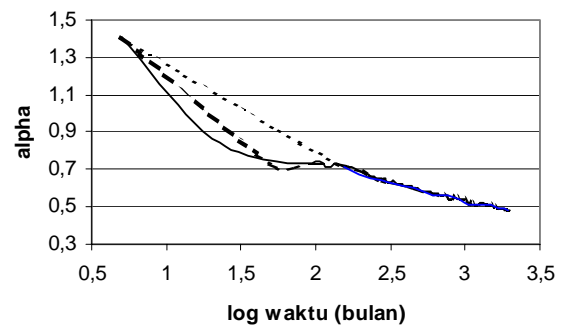
Gambar 3. Periodogram dengan metoda WWZ



Gambar 5. Korelasi antara $\langle F^2(\tau) \rangle^{1/2}$ dan waktu (τ) dengan ukuran kotak 10 (garis lurus), 45 (garis patah) dan 150 (titik-titik)



Gambar 4. Amplitudo dalam domain waktu untuk siklus bintang matahari (garis paling tebal), siklus magnetik matahari (garis tebal) dan siklus Gleissberg (garis tipis)



Gambar 6. Perubahan α terhadap waktu (τ) dengan ukuran kotak 10 (garis lurus), 45 (garis patah) dan 150 (titik-titik)

3.3. Fraktal

Metode *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA)¹³⁾ menghasilkan komponen α yang dapat mendeteksi adanya korelasi dalam variasi nilai data sebagai fungsi waktu, $y(n)$. *Detrended fluctuation function*, $F^2(\tau)$ dapat didefinisikan sebagai,

$$F^2(\tau) = 1/\tau \sum_{n=k\tau+1}^{(k+1)\tau} [y(n) - z(n)]^2$$

dimana $k=0,1,2,\dots,(N/\tau-1)$ (6)

$$\langle F^2(\tau) \rangle^{1/2} \sim \tau^\alpha$$
 (7)

dengan $z(n)$ merupakan *linear local trend* dalam setiap kotak pengamatan. Jika $\alpha < 0,5$, maka variasi nilai data sebagai fungsi dari waktu tidak mempunyai korelasi satu dengan lainnya (*anti persistent*) atau dengan kata lain bersifat acak (*Brownian-like*). Untuk $\alpha > 0,5$ memperlihatkan adanya korelasi positif dalam sinyal data (*persistence*). Gambar 5 menunjukkan hubungan persamaan di atas dengan beberapa ukuran kotak pengamatan, yaitu 10, 45 dan 150 bulan. Perubahan harga α terhadap waktu berada dalam rentang antara 0,5 – 1,5 seperti terlihat dalam Gambar 6. Sedangkan dimensi fraktal, $D = 2 - \alpha$, bergerak dalam rentang nilai yang sama.

4. Diskusi

Periode siklus bintang matahari rata-rata 11 tahun yang diperoleh melalui metode Lomb maupun wavelet tampak terlihat dominan (Gambar 2, 3 dan 4). Penggunaan cara lain yaitu *Maximum Entropy Method* juga memberikan hasil yang sama¹⁴⁾. Panjang siklus bintang matahari berubah terhadap waktu dan jumlah maksimum bintang matahari¹⁴⁾. Eksponen α membawa informasi derajat korelasi dan batasan data yang stasioner⁷⁾. Jika $\alpha > 0$, maka data atau sinyal bersifat non stasioner, berarti nilai data secara statistik berubah terhadap waktu. Kemudian jika $\alpha > 1$, maka perubahan tersebut bersifat stasioner atau invarian dalam rentang waktu tertentu. Gerak Brownian (*random walk*) berlaku untuk $\alpha < 0,5$. Dari batasan-batasan ini tampak bahwa sinyal jumlah bintang matahari bersifat non-stasioner ($\alpha = 0,5-1,5$), akan tetapi membawa informasi dengan perubahan, secara statistik, yang stasioner, yaitu dalam waktu 11 tahun. Analisis lebih lanjut dari Gambar 5 dan 6 memperlihatkan adanya *cross-over* (titik ketidakbergantungan terhadap ukuran kotak pengamatan), yaitu sekitar 11 tahun ($\log \tau = 2,1$), untuk harga $\alpha \sim 0,7$. Skala waktu lebih dari 132 tahun ($\log \tau = 3,2$) mencerminkan sinyal yang tidak berkorelasi atau merupakan fluktuasi Brownian. Periode pembalikan kutub magnetik dan Gleissberg masih dalam rentang $\alpha > 0,5$. Dengan kata lain keduanya masih

mempunyai korelasi dengan perioda bintik matahari. Sinyal dalam rentang $2,1 < \log \tau < 3,2$, berkaitan dengan sistem yang stabil atau kondisi relaksasi. Dalam kondisi ini diduga terjadi peluruhan medan magnetik atau fragmentasi medan magnetik dalam skala waktu yang panjang. Sedangkan untuk $\log \tau < 2,1$ merupakan sistem yang sedang tumbuh dengan dinamika dalam skala waktu stasioner lebih pendek.

Bintik matahari merupakan kumpulan tabung-tabung fluks magnetik. Kenampakan evolusi bintik matahari tidak lain juga mencerminkan evolusi medan magnetik matahari. Dari persamaan difusi magnetik,

$$\partial B / \partial T = \eta \nabla^2 B, \quad (8)$$

dimana η adalah koefisien difusi. Maka skala waktu difusi magnetik dalam skala panjang L dapat dituliskan sebagai

$$t = L^2 / \eta \quad (9)$$

Untuk temperatur, $T = 10^6$ K, diperoleh $\eta \approx 1$. Dalam skala waktu 11 tahun diperoleh skala panjang setara dengan dimensi sel konveksi untuk granulasi matahari (≈ 700 km). Sedangkan dimensi fraktal, D berkaitan dengan relasi *power law* dan menyimpan informasi spasial dalam sinyal fluktuasi jumlah bintik matahari. Misalkan jumlah granulasi matahari, N dengan radius, r

$$N = C r^{-D} \quad (10)$$

$$dN \sim r^{-D-1} dr \quad (11)$$

maka luas granulasi matahari dapat dinyatakan sebagai,

$$A = C \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} r^2 dN \quad (12)$$

atau

$$A \sim C / (D-2) \left\{ 1 / r_{\min}^{D-2} - 1 / r_{\max}^{D-2} \right\} \quad (13)$$

Jadi untuk $0 < D < 2$ diperoleh harga r_{\max} , demikian pula untuk $D > 2$ diperoleh r_{\min} . Berdasarkan analisis fraktal di atas diperoleh $D = 0,5 - 1,5$. Jadi dapat diinterpretasikan bahwa dimensi granulasi matahari merupakan luas maksimum di interior matahari, sehingga efektif terjadinya siklus bintik matahari dengan perioda 11 tahun. Proses pembentukan dan evolusi bintik matahari, yang terdiri dari tabung-tabung fluks magnetik dengan berbagai ukuran, tentu saja jauh lebih kompleks dan di luar jangkauan analisis sederhana di atas. Akan tetapi hasil analisis di atas menunjukkan pentingnya dilakukan pengamatan permukaan matahari dalam resolusi tinggi, yaitu kurang dari 700 km.

5. Kesimpulan

Analisis variabilitas dan kompleksitas jumlah bintik matahari dalam kurun waktu Januari 1749 sampai Desember 2000 memperlihatkan pola-pola sebagai berikut

1. Sinyal jumlah bintik matahari membawa informasi yang kuat dalam rentang perioda 11 tahun.
2. Variasi jumlah bintik matahari sebagai fungsi dari waktu mempunyai korelasi satu dengan lainnya (*persistence*) dan bukanlah merupakan fenomena gerak Brown.
3. Perioda bintik matahari, siklus magnetik matahari dan siklus Gleissberg berkorelasi satu dengan lainnya (Gambar 6).
4. Harga α bervariasi terhadap waktu dan mencapai titik kritis untuk $\alpha = 0,7$ ($D = 1,3$) yang bersesuaian dengan skala waktu 11 tahun.

Penelitian ini dibiayai oleh SPP/DPP-ITB tahun 2001 melalui kontrak no. 002/SPP-DPP/VI/2001. D.H. juga mendapat bantuan dari Asahi Glass Foundation.

Daftar Pustaka

1. Schwabe, M., *Astronomische Nachr.* **21**, 234 (1849)
2. Wolf, A.R., *Astr. Mitt. Eidg. Stern* **10**, 6 (1858)
3. Mandelbrot, B.B., *Science* **156**, 636 (1967)
4. Hudson, H.S., *Solar Phys.* **133**, 357 (1991)
5. Negoro, H., Kitamoto, S., Takeuchi, M., Mineshige, S., *Astrophys. J.* **452**, L49 (1995)
6. Turcotte, D., *Fractal and Chaos in Geology and Geophysics*, Cambridge Univ. Press, New York (1997)
7. Mandelbrot, B.B., *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman, New York (1982)
8. Bak, P., *How Nature Works*, Springer, New York (1996)
9. <http://www.ngdc.noaa.gov/>
10. Lomb, N.R., *Astrophys. Space Sci.* **39**, 447 (1976)
11. Grossman, A., Morlet, J., *SIAM J. Math. Anal.* **15**, 723 (1984)
12. Foster, G., *Astron. J.* **112**, 1709 (1996)
13. Peng, C.K., Buldyrev, S.V., Havlin, S., Simmons, M., Stanley, H.E., Goldberger, A.L., *Phys. Rev. E* **49**, 1685 (1994)
14. Herdiwijaya, D., Indradjaja, B., *Laporan Penelitian SPP/DPP-ITB* (2001)